

Blatt 6: Perzeptron

Abgabe Montag, 18. Dezember 2000, in der Vorlesung

8. *Perzeptron*: Dieser Übungszettel beschäftigt sich mit dem Perzeptron. Beachten Sie, daß die erweiterte Darstellung von Vektoren verwendet wird, d.h. ein Datenpunkt $x \in \mathbb{R}^n$ wird dargestellt durch $y = (1, x)^T$ und eine Hyperebene der Form $\langle w, x \rangle + w_0 = 0$ durch $a = (w_0, w)^T$. (Dann ist die Hyperebene gegeben als Menge aller Punkte $x \in \mathbb{R}^n$, so daß $a^T y = 0$ mit $y = (1, x)$)

Die Daten sollen wie folgt gegeben sein. Sei n die Dimension des Raumes, und K die Anzahl der Datenpunkte. Dann ist ein Datensatz [SAMPLES, CLASSES] gegeben durch eine $(n + 1) \times K$ -Matrix SAMPLES und einen K -Zeilenvektor CLASSES mit Einträgen aus $\{-1, +1\}$, welcher die Klassenzugehörigkeit angibt.

Es ist auch zulässig, daß sie alle Funktionen nur für den Fall $n = 2$ schreiben.

- (a) Schreiben Sie ein Programm, das zu einem Normalenvektor a zufällig einen sinnvollen linear separablen Satz [SAMPLES, CLASSES] von K Datenpunkten generiert, so daß der Datensatz von der durch a beschriebenen Hyperebene separiert wird. (3P)
 (Bemerkung 1: Sie erhalten eine Basis des orthogonalen Komplements eines Zeilenvektors mit `null()`)
- (b) Schreiben sie eine Funktion `X = PERCEPTCLASS(SAMPLES, WEIGHT)`, welche die Perzeptron-Klassifikation bezüglich `WEIGHT` berechnet. Überprüfen Sie, ob Ihre Testdaten aus (a) korrekt klassifiziert werden. (2P)

Nun sollen die verschiedenen Varianten verglichen werden.

- (c) Implementieren sie den *fixed-increment single-sample perceptron* aus dem Konvergenzbeweis. Die Funktion sollte hierbei drei Werte zurückgeben:
`[WEIGHT, MISSCLASSTRACE, WEIGHTTRACE] =`
`IhrName(SAMPLES, CLASSES).`
 MISSCLASSTRACE enthält die Anzahl der fehlklassifizierten Datenpunkte nach jedem Iterationsschritt (Sie müssen diesen Wert nach jedem Iterationsschritt gesondert berechnen). WEIGHTTRACE die Gewichtsvektoren nach jedem Iterationsschritt (WEIGHTTRACE soll eine $(n + 1) \times I$ -Matrix sein, wobei I die Anzahl der Iterationen bis zur Terminierung waren. Die Spalten sind die Gewichtsvektoren). Zeigen sie sich (für $n = 2$) MISSCLASSTRACE, die Längen der Normalenvektoren `sqrt(sum(WEIGHTTRACE(2:n+1, :).^2))` und die Richtungen der Normalen auf den Hyperebenen `WEIGHTTRACE(2:n+1, :)` an.
 (Bemerkung 2: `X(a:b, :)` sind die a -te bis b -te Zeilen der Matrix `X`)
 (Bemerkung 3: Sie können die einzelnen Spaltenvektoren einer $2 \times l$ Matrix `X` anzeigen durch `plot(X(1, :), X(2, :), 'o')`) (3P)
- (d) Implementieren sie das *batch perceptron* mit $\eta(k) = \frac{1}{k}$ auf dieselbe Weise wie in (c). (3P)