

Blatt 1: Erste Schritte mit Matlab, Erzeugung normalverteilter Daten

Abgabe Montag, 6. November 2000, in der Vorlesung

1. Die Matlab-Umgebung

Die Lösung der praktische Aufgaben soll unter **Matlab** erfolgen. Eine Installation dieser Programmiersprache für technisch wissenschaftliche Anwendungen ist auf den Windows-NT-Rechnern in der Informatik III vorhanden. Wer noch keinen entsprechenden Account hat, wende sich bitte an den Übungsleiter! Beim Start von Matlab öffnet sich zunächst ein Terminalfenster zur Eingabe der Befehle. Der Befehl `helpwin` öffnet ein Fenster, in dem Hilfstexte zu den einzelnen Befehlen gesucht werden können. Über das Kommando `helpdesk` wird ein Browser mit der kompletten Online-Dokumentation geöffnet. Schließlich kann durch Eingabe von `demo` eine interaktive Demonstration der vielfältigen Möglichkeiten von Matlab gestartet werden. Die erste Aufgabe im Rahmen dieser Übung soll darin bestehen, sich mit der Matlab Programmierumgebung vertraut zu machen. Da Matlab ursprünglich als Paket für die lineare Algebra entwickelt wurde, stellt der Datentyp *Matrix* zusammen mit den darauf definierten Operationen immer noch einen zentralen Aspekt dieser Programmiersprache dar. Erstellen sie also zunächst eine beliebige Matrix und *spielen* sie etwas mit den Befehlen `diag`, `fliplr`, `flipud`, `repmat`, `reshape`, `rot90`, `tril`, `triu`.

- Was leisten die Befehle `rand`, `randn`, `eig`, `load`, `save` ? (1P)
- Schreiben Sie eine Funktion $y = \text{first}(x)$, die den folgenden Funktionalzusammenhang

$$f(x) = \sin(x) + \cos(3x)$$

realisiert. Hierbei lässt sich eine Funktion entweder direkt eingeben, oder es kann ein Skript mit dem Namen **first.m** erstellt werden. Die Erstellung eines Scripts erfolgt dabei mit Hilfe des Matlab Editors / Debuggers, welcher über den Befehl `edit` am Kommandoprompt bzw. über den entsprechenden Menüeintrag aufgerufen werden kann. (2P)

- Was bewirkt der Befehl $x = \text{linspace}(0, 3.5, 50)$? (1P)
- Erzeugen Sie eine Matrix A , bei der die erste Spalte x , und die zweite Spalte die zugehörigen y enthält. (1P)
- Neben vielfältigen numerischen Funktionen stellt Matlab auch interessante Werkzeuge zur Visualisierung zur Verfügung. Zur Einführung sollten Sie sich die Funktion `plot` anschauen. Plotten Sie die Funktion **first** über dem Intervall $x = [0, 5]$. Beschriften Sie den Plot entsprechend. (1P)

2. Sampling von multivariaten Normalverteilungen:

In der Vorlesung wurden die 1-dimensionale Normalverteilung $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ mit Mittelwert $\mu \in \mathbb{R}$ und Varianz $\sigma^2 \in \mathbb{R}^+$ sowie die multivariate Normalverteilung $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$ mit Mittelwertsvektor $\mu \in \mathbb{R}^d$ und symmetrischer, positiv semidefiniter Kovarianzmatrix

$\Sigma \in \mathbb{R}^{d \times d}$ eingeführt. Auf Basis der Matlab-Funktion `randn()`, die Pseudozufallszahlen gemäß $\mathcal{N}(0, 1)$ zieht, soll in dieser Aufgabe eine Funktion `GSAMPLE()` zur Erzeugung multivariater normalverteilter Pseudozufallszahlen in Matlab implementiert werden. Dazu folgende Bemerkungen:

- Jede symmetrische Matrix Σ besitzt eine Zerlegung $\Sigma = VDV^t$ (Schurzerlegung) mit orthogonaler Matrix V und Diagonalmatrix $D = \text{diag}(d_{kk})$. Die Matrix V enthält die Eigenvektoren von Σ . Falls Σ positiv semidefinit ist, sind alle Eigenwerte $d_{kk} \geq 0$ (den Befehl `eig()` haben Sie ja bereits in der ersten Aufgabe kennengelernt).
- Seien g_k normalverteilt gemäß $\mathcal{N}(0, 1)$, $g = (g_k)_{k=1, \dots, d}$. Dann ist $V \text{diag}(\sqrt{d_{kk}})g + \mu$ normalverteilt gemäß $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$.
- Implementieren Sie die folgende Funktion:

```
function X = GSAMPLE(mu, Sigma, n)
```

die n viele, normalverteilte Vektoren generiert und diese als Zeilenvektoren in X zurück gibt.

- Benutzen Sie die Matlab-Funktionen `mean()` und `cov()`, um Ihre Implementation empirisch zu überprüfen. Verwenden sie dafür eine ausreichend große Anzahl n von Datenvektoren.

Erstellen Sie die folgenden graphischen Darstellungen:

- (a) Erzeugen Sie 100 zweidimensionale normalverteilte Vektoren mit Mittelwert $\mu = (1, 1)^t$ und Kovarianzmatrix $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Stellen Sie diese Daten mittels `gplot()` dar. **(3P)**
- (b) Erzeugen Sie 100 dreidimensionale normalverteilte Vektoren mit Mittelwert $\mu = (1, 1, 1)^t$ und Kovarianzmatrix $\Sigma = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Stellen Sie diese mittels `gsplot()` dar. **(3P)**