

Übungen zur „Deskriptiven Programmierung“ Blatt 7

Die Funktionen *tails* und *scan* geben als Ergebnis jeweils nicht-leere Listen zurück. Für die folgenden Aufgaben ist es nützlich, nicht-leere Listen explizit zu machen, indem wir einen neuen Typ einführen.

$$\begin{aligned} \mathbf{type} \ [\alpha]^+ &= (\alpha, [\alpha]) \\ \mathit{tails} &:: [\alpha] \rightarrow [[\alpha]]^+ \end{aligned}$$

Aufgabe 19. Zeige folgende Eigenschaft von *fold*:

$$\mathit{fold} \ e \ f \ (x \# y) = \mathit{fold} \ (\mathit{fold} \ e \ f \ y) \ x$$

Formuliere und beweise entsprechende Aussagen für *tails* und *scan*.

Aufgabe 20. Verwende die Ergebnisse aus der vorherigen Aufgabe um *fold* und *scan* auf binäre Blattbäume, eine alternative Listendarstellung, zu übertragen.

$$\begin{aligned} \mathbf{data} \ \mathit{Tree} \ \alpha &= \mathit{Empty} \mid \mathit{Leaf} \ \alpha \mid \mathit{Fork} \ (\mathit{Tree} \ \alpha) \ (\mathit{Tree} \ \alpha) \\ \mathit{flatten} &:: \mathit{Tree} \ \alpha \rightarrow [\alpha] \\ \mathit{flatten} \ \mathit{Empty} &= [] \\ \mathit{flatten} \ (\mathit{Leaf} \ a) &= [a] \\ \mathit{flatten} \ (\mathit{Fork} \ l \ r) &= \mathit{flatten} \ l \# \mathit{flatten} \ r \end{aligned}$$

Die Funktion *flatten* zeigt, wie ein Blattbaum als Liste interpretiert wird.

Aufgabe 21. Die binäre Funktion ‘ \oplus ’ sei assoziativ und habe das neutrale Element *n*. Zeige, dass

$$\mathit{fold} \ e \ (\oplus) \ (x \# y) = \mathit{fold} \ e \ (\oplus) \ x \oplus \mathit{fold} \ e \ (\oplus) \ y$$

Aufgabe 22. Die binäre Funktion ‘ \oplus ’ sei assoziativ und habe das neutrale Element *n*. Der *parallele scan* läßt sich wie folgt spezifizieren:

$$\begin{aligned} \mathit{pscan} &:: (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha \rightarrow [\alpha] \rightarrow [\alpha]^+ \\ \mathit{pscan} \ e \ (\oplus) &= (\mathit{fold} \ n \ (\oplus) \times \mathit{map} \ (\mathit{fold} \ e \ (\oplus))) \cdot \mathit{tails} \end{aligned}$$

Zum Vergleich: der *serielle scan* ist wie folgt spezifiziert:

$$\begin{aligned} \mathit{pscan} &:: (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \beta) \rightarrow \beta \rightarrow [\alpha] \rightarrow [\beta]^+ \\ \mathit{pscan} \ e \ (\oplus) &= (\mathit{fold} \ e \ (\oplus) \times \mathit{map} \ (\mathit{fold} \ e \ (\oplus))) \cdot \mathit{tails} \end{aligned}$$

Leite eine Implementierung des parallelen scans her. Übertrage die Implementierung auf Blattbäume.