

Übungen zur „Deskriptiven Programmierung“ Blatt 2

Aufgabe 2. Implementiere den Sortieralgorithmus „Sortieren durch Einfügen“ in Haskell. Verwende eine Hilfsfunktion *insert*, die ein Element in eine geordnete Liste einfügt.

$$\begin{aligned} \textit{insert} &:: (\textit{Ord} a) \Rightarrow a \rightarrow [a] \rightarrow [a] \\ \textit{insertionSort} &:: (\textit{Ord} a) \Rightarrow [a] \rightarrow [a] \end{aligned}$$

Zeige die Korrektheit mittels *Strukturinduktion*. Weise zunächst nach, daß die Ausgabeliste eine Permutation der Eingabeliste ist:

$$\textit{bag} x = \textit{bag} (\textit{insertionSort} x)$$

und zeige dann, daß die Ausgabeliste aufsteigend geordnet ist:

$$\textit{ordered} (\textit{insertionSort} x) .$$

Überlege jeweils, welche Eigenschaften der Hilfsfunktion *insert* benötigt werden.

Aufgabe 3. Die Funktion *insertionSort* hat im schlechtesten Fall eine quadratische Laufzeit. Die Laufzeit von *insert* läßt sich durch die Wahl einer effizienteren Datenstruktur verbessern. Definiere eine Variante von *insert*, die ein Element in einen *binären Heap* einfügt.

$$\textit{insert} :: (\textit{Ord} a) \Rightarrow a \rightarrow \textit{Heap} a \rightarrow \textit{Heap} a$$

Wie läßt sich eine logarithmische Laufzeit erreichen? Komplettiere das Programm zu einer funktionalen Variante von Heapsort.

$$\begin{aligned} \textit{heapSort} &:: (\textit{Ord} a) \Rightarrow [a] \rightarrow [a] \\ \textit{heapSort} &= \textit{unheap} \cdot \textit{heap} \\ \textit{heap} &:: (\textit{Ord} a) \Rightarrow [a] \rightarrow \textit{Heap} a \\ \textit{unheap} &:: (\textit{Ord} a) \Rightarrow \textit{Heap} a \rightarrow [a] \end{aligned}$$

Aufgabe 4. Eine andere Möglichkeit, die Effizienz von *insertionSort* zu verbessern, ist, die Funktion *insert* zu einer Funktion *merge* zu verallgemeinern, die zwei geordnete Listen zu einer geordneten Liste verschmilzt.

$$\textit{merge} :: (\textit{Ord} a) \Rightarrow [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$$

Programmiere ein Sortierverfahren, das auf *merge* beruht.

$$\textit{mergeSort} :: (\textit{Ord} a) \Rightarrow [a] \rightarrow [a]$$

Zeige die Korrektheit des Verfahrens mittels *Noetherinduktion*.